

Identificar factores y múltiplos comunes

2

ACTIVIDAD PREVIA

En el conjunto de números que se muestra, encierra en un círculo los números primos, tacha los números compuestos y utiliza un recuadro para identificar los números que no son ni primos ni compuestos.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

OBJETIVOS DEL APRENDIZAJE

- Identificar los factores y múltiplos de números y los factores y múltiplos comunes de dos números enteros positivos.
- Utilizar las potencias y los exponentes para escribir la factorización prima de un número.
- Escribir y evaluar expresiones numéricas utilizando la propiedad distributiva para ejemplificar la composición y descomposición de las áreas de los rectángulos.
- Reescribir la suma de dos números enteros positivos con un factor común como un producto, utilizando la propiedad distributiva.

TÉRMINOS CLAVE

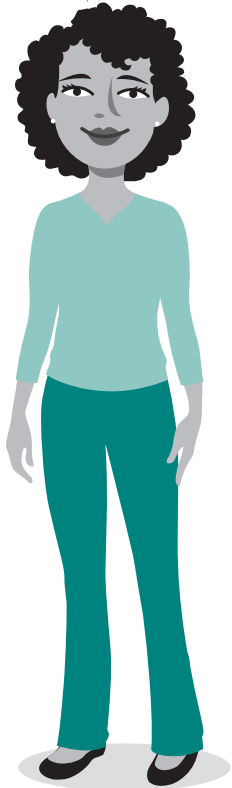
- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| • Factor común | • Primos entre sí |
| • Base | • Múltiplo |
| • Potencia | • Propiedad conmutativa |
| • Exponente | • Mínimo común múltiplo (MCM) |
| • Máximo común divisor (MCD) | |

Has descompuesto rectángulos para determinar áreas y productos de números. ¿Cómo puedes utilizar formas para ver las relaciones entre pares de números?

¿Cuántos rectángulos puedes formar?

Comprender el área de los rectángulos es útil cuando se aprende sobre factores. Un modelo basado en el área rectangular es una forma de representar la multiplicación. Tu compañero y tú van a crear modelos basados en áreas para los números 12 y 16.

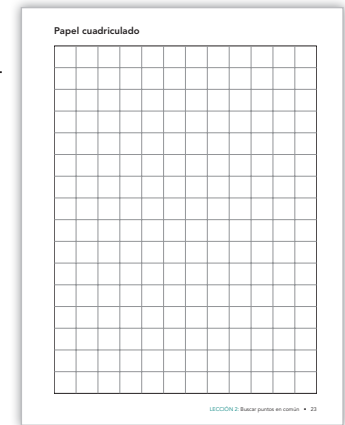
“¿Cómo sabes si has creado todos los rectángulos posibles con el área dada?”



Mi número asignado: _____

Número asignado a mi compañero: _____

Utiliza el papel cuadriculado de la página 13 para crear y recortar tantos rectángulos únicos como sea posible con el área de tu número asignado.



- 1. Etiqueta cada rectángulo con sus dimensiones. Indica las dimensiones de todos los rectángulos que creaste para tu número asignado.**
- 2. ¿Cómo representaste los factores y los pares de factores en tus rectángulos?**
- 3. Indica todos los factores de 12 y 16.**

Junto a tu compañero, combina uno de tus rectángulos y uno de los rectángulos de tu compañero para crear un rectángulo más grande. Utiliza este método para crear rectángulos adicionales.

4. Completa la tabla con la información de cada uno de los rectángulos más grandes que tu compañero y tú crearon.

Dimensiones del rectángulo más pequeño 1	Dimensiones del rectángulo más pequeño 2	Dimensiones del rectángulo más grande	Área del rectángulo más grande como la suma de los rectángulos más pequeños	Área total del rectángulo más grande
$l \times w_1$	$l \times w_2$	$l(w_1 + w_2)$	$A_1 + A_2$	

5. ¿Cómo son las dimensiones del rectángulo más grande en relación con su área total?

6. Para cada uno de los rectángulos más grandes que tu compañero y tú crearon, escribe una expresión numérica que relacione las dimensiones del rectángulo más grande con la suma de las áreas de los rectángulos más pequeños.

Toma en cuenta cualquier factor que tengan en común tu número y el de tu compañero.

7. ¿Cómo están representados los factores comunes en los rectángulos más grandes que tú y tu compañero crearon?

Factores comunes
son los factores que comparten los números.

8. ¿Cómo están representados los factores comunes en las expresiones numéricas que tu compañero y tú escribieron?

9. Indica los factores comunes de los dos números.



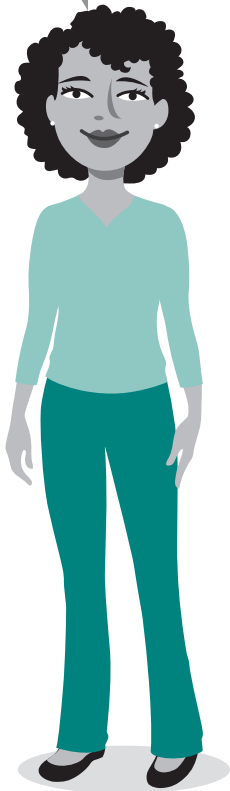


Acabas de determinar factores al recortar rectángulos con un área dada. Utilizaste factores comunes para crear rectángulos más grandes. Supón que quieres determinar factores para un número más grande, pero no quieres recortar rectángulos. ¿Cómo sabrías cuándo tu lista de factores está completa?

En esta actividad, aprenderás a determinar los factores primos de un número dado.

Un árbol de factores es una forma de organizar los factores primos de un número. Elige cualquier par de factores para empezar.

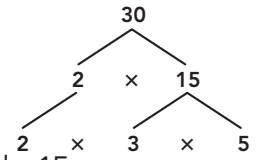
Puedes expresar cualquier número entero positivo como el producto de sus números primos, y sólo primos.



EJEMPLO PRÁCTICO

Utiliza un árbol de factores para escribir la factorización prima de 30.

- Comienza con el número 30.
- Elige cualquier par de factores de números enteros positivos de 30, que no sean 1 y 30.
- Dibuja una rama del 30 a cada factor, 2 y 15.
- Como 15 no es primo, no has terminado.
- Utiliza ramas para escribir un par de factores de 15.
- Como 2, 3 y 5 son primos, este árbol de factores está completo.



1. Utiliza el árbol de factores para escribir la factorización prima de 30.

El árbol de factores del ejemplo práctico no es el único árbol de factores que puedes crear para 30.

2. ¿Cuántos árboles de factores diferentes hay para 30?

3. Elabora un árbol de factores y escribe la factorización prima para cada número.

a. 24

b. 81

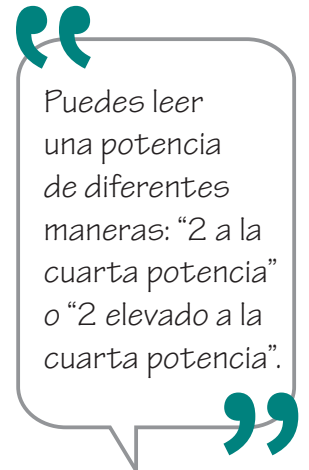
c. 96

Quizás te diste cuenta de que las factorizaciones primas de la pregunta 3 tenían factores repetidos. Puedes representar la multiplicación repetida como una *potencia*. Una **potencia** tiene dos elementos: la base y el exponente.

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

base → **2**⁴ ← exponente
 └─┬─┘
 potencia

La **base** de una potencia es el factor que se multiplica repetidamente por sí mismo y el **exponente** de la potencia es el número de veces que se utiliza la base como un factor.



4. Identifica la base y el exponente en cada potencia. Luego, escribe cada potencia en palabras.

a. 7^5

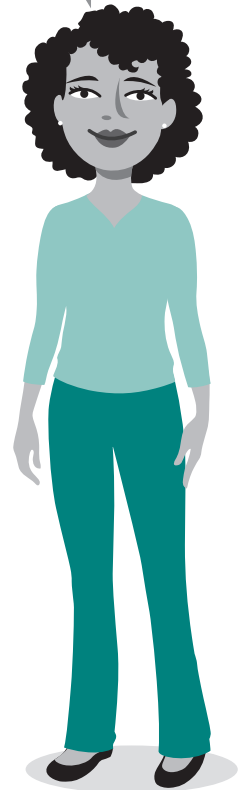
b. 4^8

5. Escribe la factorización prima de cada número de la pregunta 3 utilizando potencias.

a. 24

b. 81

c. 96





Supón que quieres determinar los factores comunes de 56 y 42, pero no tienes papel cuadriculado ni tijeras para crear los rectángulos. ¿Existe otra manera de hacerlo?

EJEMPLO PRÁCTICO

Una forma de calcular los factores comunes es utilizar la factorización prima. Empieza escribiendo cada número como un producto de sus factores primos.

$$56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$$

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

Organiza los factores primos en una tabla. Incluye sólo los factores compartidos en la misma columna.

Número	Factores primos				
56	2	2	2		7
42	2			3	7

Los factores comunes de los dos números son los números que están en las dos filas y el producto de los números que están en las dos filas.

Los factores comunes de 56 y 42 son 2, 7 y 14.

1. ¿Cómo sabes que 14 es un factor común de 56 y 42?

2. ¿Por qué hay un espacio entre 2 y 7 en la fila superior de la tabla?

3. Considera los números 54 y 84.

a. Haz una tabla de factores primos.

b. Identifica todos los factores comunes de 54 y 84.

c. De los factores comunes, ¿qué factor es el más grande?

El **máximo común divisor (MCD)** es el máximo factor que dos o más números tienen en común.

4. Reescribe cada suma utilizando la propiedad distributiva y el MCD.

a. $56 + 42$

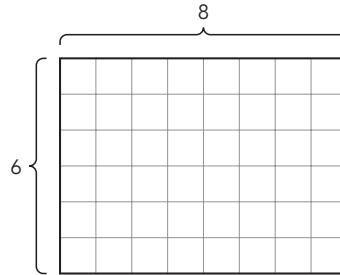
b. $54 + 84$

Dos números que no tienen ningún factor común distinto a 1 se llaman **primos entre sí**.



Las matrices rectangulares también se pueden utilizar para calcular múltiplos y múltiplos comunes.

Considera el modelo basado en el área para $6 \cdot 8 = 48$.



Un **múltiplo** es el producto de un número entero positivo dado y de otro número entero positivo.

Una forma de pensar sobre el modelo basado en el área es analizar la recolección de datos de las columnas. La suma de cada nueva columna crea un múltiplo de 6.

- La primera columna es un rectángulo de 6×1 que representa el primer múltiplo de 6, o 6.
- La primera y segunda columnas forman un rectángulo de 6×2 que representa el segundo múltiplo de 6, o 12.
- El rectángulo entero representa 6×8 , o 48.

La **propiedad conmutativa de la multiplicación** indica que para cualquier número a y b , el producto $a \cdot b$ es igual al producto $b \cdot a$.

1. Indica los primeros ocho múltiplos de 6 al etiquetar todas las columnas del modelo basado en el área.

A continuación, piensa en el modelo basado en el área como una recolección de datos de 6 filas. La primera fila sola crea un rectángulo de 8×1 el cual representa el primer múltiplo de 8, que es 8. Incluyendo todas las filas, el rectángulo 8×6 representa el sexto múltiplo de 8, el cual es 48.

2. Indica los primeros seis múltiplos de 8 al etiquetar todas las filas del modelo basado en el área.

Mientras que 48 es un múltiplo compartido por 6 y 8, no es el **mínimo común múltiplo (MCM)**. El MCM es el múltiplo más pequeño (distinto a cero) que dos o más números tienen en común.

Analiza los múltiplos de 6 y 8 que etiquetaste en el modelo basado en el área.

3. Identifica el mínimo común múltiplo de 6 y 8.

$$\text{MCM}(6, 8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Como se demostró en la matriz rectangular, para cualquiera de dos números enteros positivos a y b , un múltiplo común es $a \cdot b$. Sin embargo, este número puede no ser el *mínimo* común múltiplo de a y b .

4. Determina el mínimo común múltiplo de 6 y 9.

- a. Indica los 9 primeros múltiplos de 6.

- b. Indica los 6 primeros múltiplos de 9.

- c. ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 6 y 9?

5. Determina el mínimo común múltiplo de 7 y 8.

$$\text{MCM}(7, 8) = \underline{\hspace{2cm}}$$

6. Utilizando la factorización prima, ¿cómo puedes calcular si el mínimo común múltiplo de dos números es el producto de los dos números, o es menor que el producto de los dos números?

ACTIVIDAD
2.4

Utilizar factores primos para determinar el MCM



Supón que quieres determinar el MCM de 56 y 42 sin dibujar un modelo basado en el área. ¿Hay otra manera de hacerlo?

EJEMPLO PRÁCTICO

Organiza los factores primos en una tabla. Incluye solo los factores compartidos en la misma columna.

Número	Factores primos				
56	2	2	2		7
42	2			3	7

Calcula los factores primos que comparten los números.

Factores primos compartidos: 2, 7

Calcula los factores primos que los números *no* comparten.

Factores primos no compartidos: 2, 2, 3

El mínimo común múltiplo de los dos números es el producto de sus factores primos compartidos y de los factores primos no compartidos.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 168$$

$$\text{MCM}(56, 42) = 168$$

1. Calcula el producto de cada par de números. Luego, utiliza una tabla de factores para calcular el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.

a. 12 y 10

b. 9 y 15

c. 9 y 10

d. 5 y 9

2. Escribe una oración para describir la relación entre el producto, el MCD y el MCM.

DEMUESTRA LO QUE SABES

Regresar de nuevo

Has compuesto y descompuesto números utilizando factores y múltiplos.

Utiliza la relación entre factores y múltiplos para responder cada pregunta.

1. Considera la suma $36 + 24$.

- a. **Expresa la suma $36 + 24$ de todas las formas posibles como el producto $a(b + c)$.**
- b. **¿Cómo puedes utilizar factores para determinar si has indicado todos los productos posibles de $a(b + c)$ que son equivalentes a $36 + 24$?**

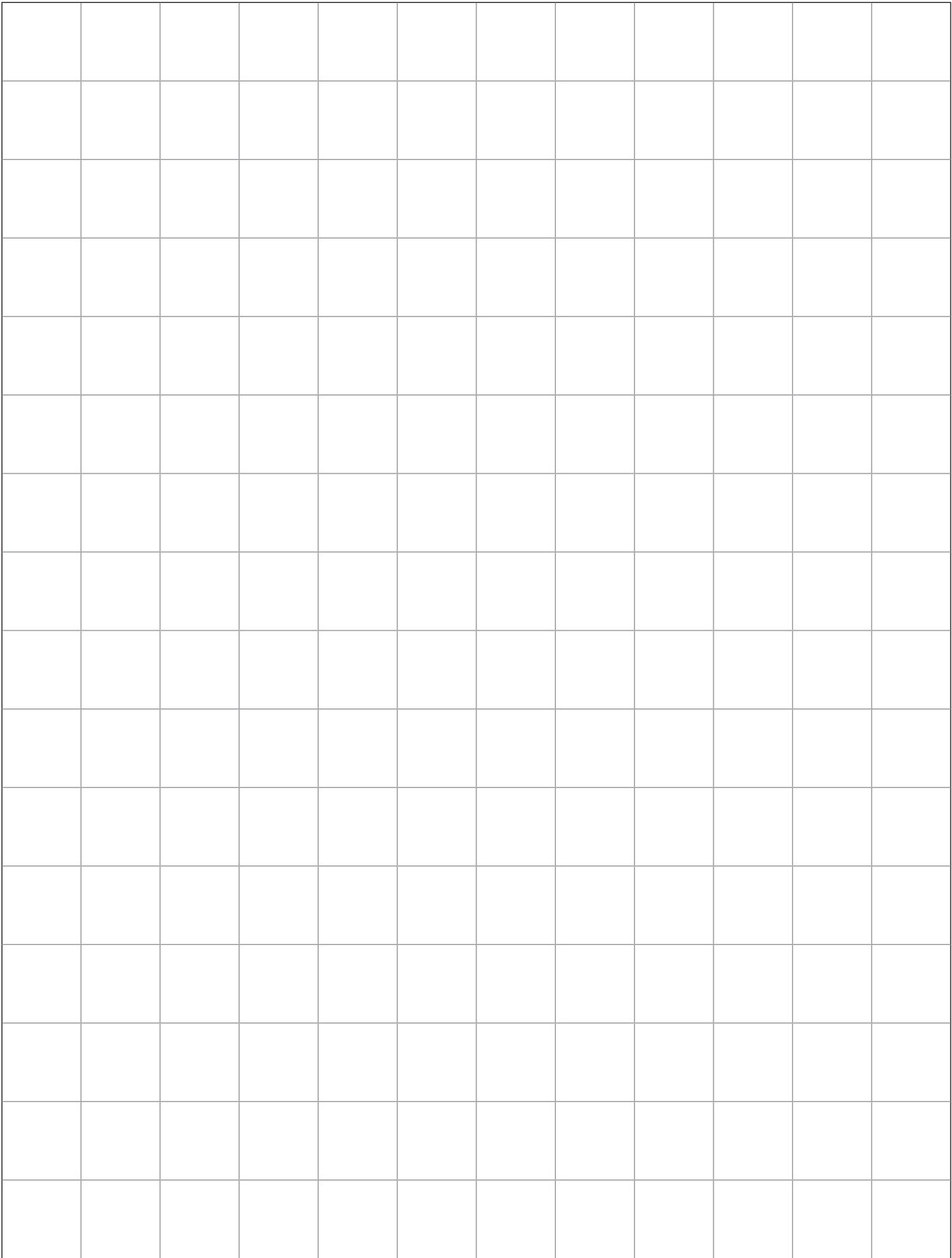
2. ¿Se puede determinar siempre el máximo común divisor de dos números cualquiera?

3. Si el máximo común divisor de dos números es 1, ¿qué puedes decir de los números?

4. ¿Se puede determinar siempre el mínimo común múltiplo de dos números cualquiera? Explica tu razonamiento.

5. Si el mínimo común múltiplo de dos números es el producto de esos números, ¿qué puedes decir de esos dos números?

Papel cuadriculado



¿Por qué esta página está en blanco?

Para que puedas recortar tus rectángulos del otro lado.