

# Resumen de factores y múltiplos

## TÉRMINOS CLAVE

- expresión numérica
- ecuación
- propiedad distributiva
- base
- potencia
- exponente
- factor común
- Primos entre sí
- máximo común divisor (MCD)
- múltiplo
- propiedad conmutativa
- mínimo común múltiplo (MCM)

### LECCIÓN

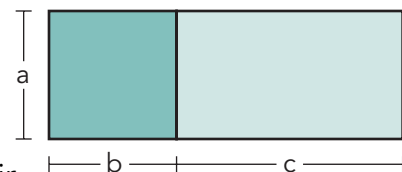
## 1

## Escribir expresiones equivalentes utilizando la propiedad distributiva

Una **expresión numérica** es una oración matemática que contiene números y operaciones. Una **ecuación** es una oración matemática que usa un signo igual para mostrar que dos o más cantidades son iguales entre sí.

La ecuación  $5 \times 27 = 135$  muestra que la expresión  $5 \times 27$  es igual a la expresión 135.

La **propiedad distributiva** de la multiplicación para la suma establece que para cualquier número  $a$ ,  $b$ , y  $c$ ,  $a(b + c) = ab + ac$ .



Por ejemplo, puedes usar la propiedad distributiva para reescribir la expresión  $4(2 + 15)$ .

$$4(2 + 15) = 4 \cdot 2 + 4 \cdot 15$$

Puedes leer y describir la expresión  $4(2 + 15)$  de diferentes formas.

Por ejemplo, puedes decir:

- cuatro veces la cantidad de dos más quince,
- cuatro veces la suma de dos y quince, o
- el producto de cuatro y la suma de dos y quince.

Puedes describir la expresión  $4(2 + 15)$  como un producto de dos factores. La cantidad  $(2 + 15)$  es un factor único y la suma de dos términos.

También puedes usar símbolos de agrupación para mostrar que necesitas multiplicar cada conjunto de factores antes de agregarlos,  $(4 \cdot 2) + (4 \cdot 15)$ .

## Identificación de factores y múltiplos comunes

Comprender el área de los rectángulos es útil para aprender sobre los factores. Un modelo de área rectangular es una forma de representar la multiplicación. Puedes determinar los factores de un número creando rectángulos con un área determinada. Puedes combinar rectángulos con una longitud de lado compartida, o factor común, para crear rectángulos más grandes. Los **factores comunes** son los factores compartidos entre los números.

En este ejemplo, el factor común, o la longitud del lado compartido de los dos rectángulos más pequeños es tres.

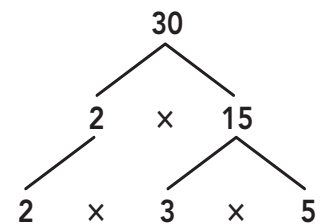


| Dimensiones de rectángulo con un área de 18 | Dimensiones de rectángulo con un área de 6 | Dimensiones de el combinado rectángulo | Área de rectángulo combinado como una suma de los rectángulos más pequeños | Área total de rectángulo combinado |
|---------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| $3 \times 6$                                | $3 \times 2$                               | $3(6 + 2)$                             | $18 + 6$                                                                   | 24                                 |

Una forma de determinar los factores primos de un número es creando un árbol de factores. Puedes utilizar un árbol de factores para organizar los factores primos de un número determinado.

El ejemplo muestra la factorización prima de 30.

- Elige cualquier par de factores de números enteros de 30, que no sean 1 y 30.
- Dibuja una rama de 30 a cada factor, 2 y 15.
- Dado que ambos factores no son primos, no has terminado.
- Usa ramas para escribir un par de factores para 15.
- Como 2, 3 y 5 son primos, este árbol de factores está completo.



Los factores primos de 30 son 2, 3 y 5.

En algunos casos, la factorización prima tiene factores repetidos. Puedes representar la multiplicación repetida como una potencia. Una **potencia** tiene dos elementos: la base y el exponente. La **base** de una potencia es el factor que se multiplica repetidamente por sí mismo y el **exponente** de la potencia es el número de veces que se utiliza la base como un factor.

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$



Anteriormente, usamos modelos de área para determinar factores comunes entre números. Otra forma de determinar los factores comunes es utilizar la factorización prima.

Por ejemplo, puedes utilizar la factorización prima para determinar factores comunes de 56 y 42. Empieza por escribir cada número como producto de sus factores primos.

$$56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$$

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$

Organiza los factores primos en una tabla, donde solo los factores compartidos se enumeran en la misma columna.

| Número | Factores primos |   |   |   |   |
|--------|-----------------|---|---|---|---|
| 56     | 2               | 2 | 2 |   | 7 |
| 42     | 2               |   |   | 3 | 7 |

Los factores comunes de los dos números son los números que están en ambas filas y el producto de los números que están en ambas filas.

Los factores comunes de 56 y 42 son 2, 7 y 14.

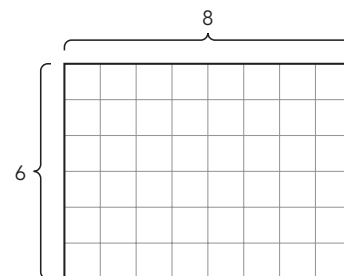
El **máximo común divisor (MCD)** es el máximo factor que dos o más números tienen en común. En el ejemplo de 56 y 42, el máximo común divisor es 14. Dos números que no tienen ningún factor común distinto a 1 se llaman **primos entre sí**.

La **propiedad conmutativa**, cuando se aplica a la multiplicación, establece que para cualquier número  $a$  y  $b$ , el producto  $a \cdot b$  es igual al producto  $b \cdot a$ .

Puedes usar rectángulos para determinar múltiplos y múltiplos comunes. Un **múltiplo** es el producto de un número entero dado y otro número entero. Una forma de pensar en el modelo de área es analizar la colección de filas y columnas en un rectángulo.

En el ejemplo que se muestra, la adición de cada nueva fila crea un múltiplo de 8. La adición de cada nueva columna crea un múltiplo de 6.

Mientras que 48 es un múltiplo compartido por 6 y 8, no es el **mínimo común múltiplo (MCM)**. El MCM es el múltiplo más pequeño (distinto a cero) que dos o más números tienen en común.



Puedes usar tablas como la anterior con 56 y 42 para determinar el MCM. Puedes determinar los factores primos que comparten los números y los factores primos que los números no comparten. El mínimo común múltiplo de los dos números es el producto de sus factores primos compartidos y factores primos no compartidos.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 168$$

$$\text{MCM}(56, 42) = 168$$

Puedes componer y descomponer números usando factores y múltiplos.

## Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

Puedes resolver problemas del mundo real que involucran factores comunes o múltiplos comunes al pensar en la pregunta que estás tratando de responder. Recuerda que los factores comunes te ayudan a pensar en cómo dividir o compartir las cosas por igual, y los múltiplos comunes te ayudan a pensar en cómo pueden ocurrir cosas con diferentes ciclos al mismo tiempo.

Por ejemplo, un autobús local llega a la parada cerca de la casa de Aaron cada 15 minutos. Un autobús expreso llega a la misma parada cada 9 minutos. Aaron ve que un autobús local y uno expreso llegan a la parada a las 10 A.M. ¿Cuál es la próxima vez que esperaría que ambos autobuses llegaran a la parada?

El problema es preguntar cuándo volverán a ocurrir los dos ciclos diferentes de los autobuses al mismo tiempo, por lo que puedes usar el mínimo común múltiplo de 15 y 9 para responder la pregunta.

Los múltiplos de 15 son 15, 30, 45, 60, 75, . . .

Los múltiplos de 9 son 9, 18, 27, 36, 45, 54, . . .

El mínimo común múltiplo de 15 y 9 es 45, por lo que los dos autobuses deben llegar a la parada a la misma hora cada 45 minutos. La próxima vez que Aaron esperaría ver ambos autobuses en la parada es a las 10:45 A.M.

En otro ejemplo, Ramona está llenando jardineras de ventana que se venderán en beneficio de una organización benéfica local. Tiene 56 pensamientos, 42 tulipanes y 28 caléndulas. ¿Cuál es la mayor cantidad de macetas que puede llenar si quiere usar todas las flores y tener la misma cantidad de cada tipo de flor en cada maceta? ¿Cuántas flores de cada tipo habrá en una maceta?

El problema te pide que compartas cada tipo de flor entre un número igual de grupos, entonces puedes usar el máximo común divisor de 56, 42 y 28 para responder la pregunta.

Puedes utilizar la factorización prima para determinar los factores primos de cada tipo de flor.

Pensamientos:  $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$

Tulipanes:  $42 = 2 \times 3 \times 7$

Caléndulas:  $28 = 2 \times 2 \times 7$

El máximo común divisor de 56, 42 y 28 es 14. Por lo tanto, Ramona puede llenar 14 macetas. Cada maceta contendrá 4 pensamientos, 3 tulipanes y 2 caléndulas.