Figuras y sólidos

TÉRMINOS CLAVE

- Teorema de la desigualdad del triángulo
- Teorema de la suma de un triángulo
- paralelogramo
- variable
- borde recto
- trapecio
- sólido geométrico
- poliedro
- cara
- arista
- vértice
- prisma rectangular recto
- cubo
- volumen
- cubo de unidad

LECCIÓN 1

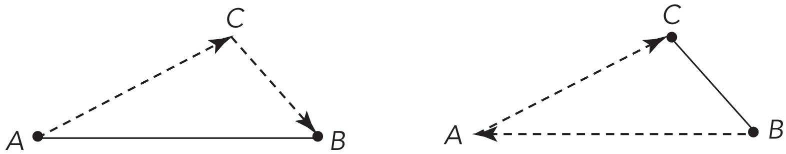
Construir triángulos con las medidas dadas

Los triángulos son congruentes cuando todas las medidas de los ángulos correspondientes y las longitudes de los lados correspondientes son iguales. Cuando cierta información se puede utilizar para construir triángulos congruentes, se dice que la información define un triángulo único.

El **Teorema de la desigualdad del triángulo** indica que la suma de las longitudes de dos lados cualesquiera de un triángulo es mayor que la longitud del tercer lado.

$AC + CB > AB$

$BA + AC > BC$



Cuando se tienen dos segmentos de recta, es posible construir un número infinito de triángulos. Cuando se tienen tres segmentos de recta, es posible construir un triángulo único o ningún triángulo.

LECCIÓN 2

Teorema de la suma del triángulo

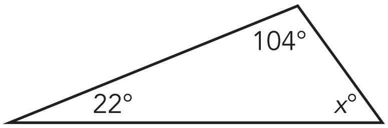
El **Teorema de la suma de un triángulo** establece que la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es 180°. El lado más largo de un triángulo es opuesto al ángulo interior con la medida más grande y el lado más corto es el opuesto al ángulo interno con la medida más pequeña.

El teorema de la suma del triángulo se puede utilizar para determinar la medida del tercer ángulo de un triángulo cuando se dan dos medidas de ángulo del mismo triángulo.

$x + 22 + 104 = 180$
$x + 126 = 180$
$x = 54$

La medida del tercer ángulo en este triángulo es 54°.

$22° + 104° + 54° = 180°$



LECCIÓN 3

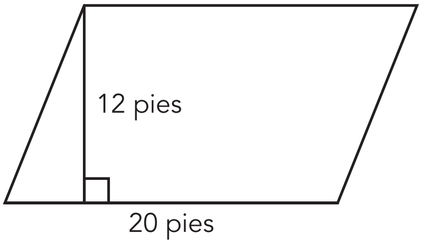
Área de triángulos y cuadriláteros

Un **paralelogramo** es una figura de cuatro lados con dos pares de lados paralelos, con cada par de igual longitud.

En un paralelogramo, la altura es la distancia perpendicular de la base al lado opuesto. El área de un paralelogramo es igual a $b \cdot h$, donde la variable b representa la base y h representa la altura. Una **variable** es una letra utilizada para representar un número.

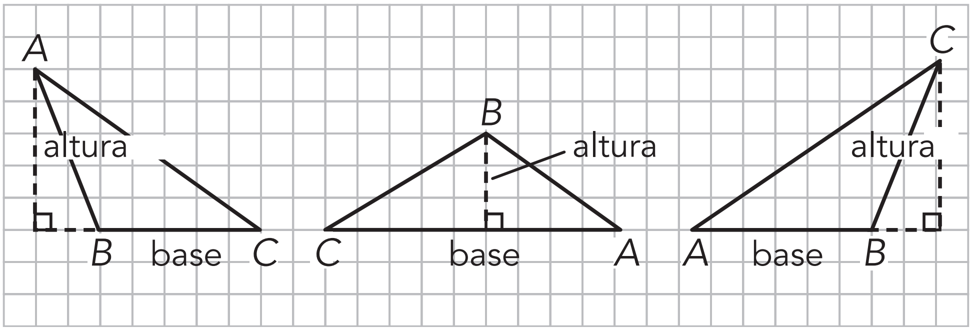
Por ejemplo, en este paralelogramo, la base, b, es de 20 pies y la altura, h, es de 12 pies.

$$\begin{aligned}\text{Área de un paralelogramo} &= bh \\ &= (20)(12) \\ &= 240 \text{ pies cuadrados}\end{aligned}$$

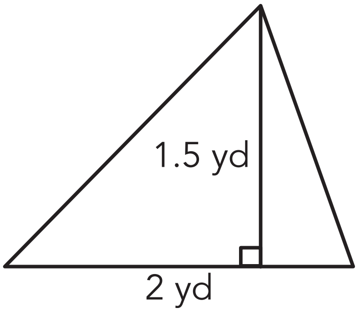


El área de un triángulo es igual a $\frac{1}{2}bh$. La base de un triángulo puede ser cualquiera de sus lados.

La altura de un triángulo es la longitud de un segmento dibujado desde un vértice del triángulo al lado opuesto de manera que forme un ángulo recto con el lado opuesto.



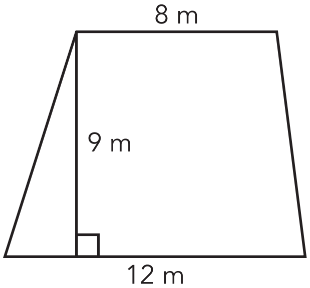
Por ejemplo, en este triángulo, la base, b, es igual a 2 yardas, y la altura, h, es igual a 1.5 yardas.



$$\begin{aligned}\text{Área de un triángulo} &= \frac{1}{2}bh \\ &= \frac{1}{2}(2)(1.5) \\ &= 1.5 \text{ yardas cuadradas}\end{aligned}$$

Un **trapecio** es un cuadrilátero con dos bases, con frecuencia etiquetado b_1 y b_2. Las bases son paralelas entre sí. La altura es la distancia perpendicular entre las bases. El área de un trapecio es igual a $\frac{1}{2}(b_1 + b_2)h$.

Por ejemplo, en este trapecio, una de las bases mide 8 metros y la otra base mide 12 metros. La altura, h, del trapecio es de 9 metros.



$$\begin{aligned}\text{Área del trapecio} &= \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h \\ &= \frac{1}{2}(8 + 12)(9) \\ &= \frac{1}{2}(20)(9) \\ &= 90 \text{ metros cuadrados}\end{aligned}$$

LECCIÓN 4

Comprender mejor el volumen

La definición matemática de *punto* es una ubicación en el espacio, con frecuencia representado utilizando un punto y nombrado por una letra mayúscula. Un *segmento* es una parte de una recta que incluye dos puntos y los puntos entre esos dos puntos.

Un *polígono* es una figura cerrada formada por tres o más segmentos de línea. Un **sólido geométrico** es una figura geométrica tridimensional acotada. Un **poliedro** es una figura sólida tridimensional compuesta por polígonos; cada uno de estos polígonos se denomina **cara**. Una **arista** es la intersección de dos caras y un **vértice** es el punto en donde las aristas se unen.

Por ejemplo, la Figura A es un **prisma rectangular recto**, que es un poliedro con tres pares de caras rectangulares congruentes y paralelas.

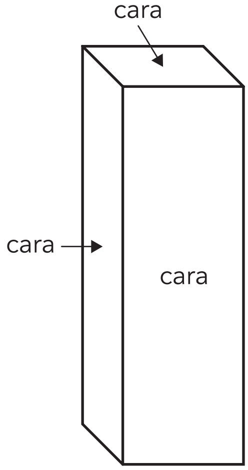


Figura A

La Figura B es un **cubo**, que es un poliedro con seis cuadrados congruentes como caras.

El **volumen** es la cantidad de espacio que ocupa un objeto.
El volumen de un objeto se mide en unidades cúbicas. Un **cubo de unidad** es un cubo cuyos lados son todos de 1 unidad de largo.

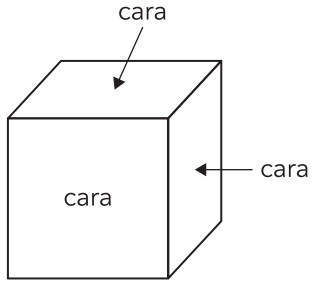
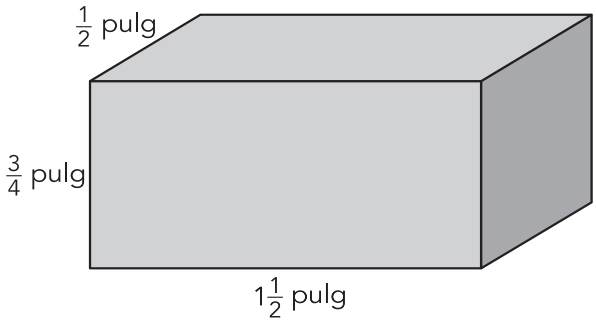


Figura B

El volumen de un prisma rectangular es el producto de su longitud, ancho y altura.
$V = l \cdot a \cdot h$.

Por ejemplo, para determinar el volumen del prisma rectangular recto que se muestra con las dimensiones especificadas, puedes llenar el prisma con cubos, pero se requieren cubos de unidad más pequeños con longitudes laterales fraccionarias.



Asigna una fracción unitaria a las dimensiones de cada cubo. Usa el mínimo común múltiplo (MCM) de los denominadores de la fracción para determinar la fracción unitaria.	MCM(2, 4) = 4 Por lo tanto, cada cubo medirá $\frac{1}{4}$ pulg $\times$ $\frac{1}{4}$ pulg $\times$ $\frac{1}{4}$ pulg El volumen de cada cubo de unidad es $\frac{1}{64}$ pulgadas cúbicas.
Determina el número de cubos necesarios para llenar el prisma en cada dimensión.	longitud: $1\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 6$ ancho: $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2$ altura: $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = 3$
Determina el número de cubos que conforman el prisma rectangular recto.	$6 \times 2 \times 3 = 36$
Multiplica el número de cubos por el volumen de cada cubo para determinar el volumen del prisma rectangular recto.	$36 \times \frac{1}{64} = \frac{36}{64}$ $= \frac{9}{16}$

Puedes usar la fórmula $V = Bh$ para calcular el volumen de cualquier prisma. Sin embargo, la fórmula para calcular el valor de B cambiará dependiendo de la forma de la base.
En un prisma rectangular, $B = l \cdot a$.

$V = Bh = (l \cdot a) \cdot h$

$1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

El volumen del prisma rectangular recto es $\frac{9}{16}$ pulgadas cúbicas.