

Dividir números enteros y decimales

4

ACTIVIDAD PREVIA

Escribe una familia de operaciones básicas para cada expresión de división.

1. $72 \div 8 = 9$

2. $84 \div 6 = 14$

3. $2464 \div 308 = 8$

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Estimar cocientes.
- Desarrollar un algoritmo para dividir números enteros.
- Utilizar el algoritmo estándar para dividir decimales.
- Escribir fracciones como decimales.

TÉRMINOS CLAVE

- decimal finito
- decimal periódico

Sabes cómo utilizar el valor de posición para multiplicar un número por una potencia de 10. ¿Cómo puedes utilizar este conocimiento para determinar los cocientes de decimales?

Solo las operaciones básicas

Toma nota...

Los cocientes pueden ser números enteros, decimales o fracciones.

Previamente aprendiste que la división te ayuda a determinar cuántas veces un número contiene a otro número. En otras palabras, la división es calcular el cociente que se obtiene dividiendo el dividendo por el divisor.

$$\begin{array}{r} \text{cociente} \\ \text{divisor} \overline{) \text{dividendo}} \end{array}$$

o

$$(\text{cociente})(\text{divisor}) = (\text{dividendo})$$

Recuerda...

La multiplicación y la división son operaciones inversas.

Considera la expresión $48 \div 6$.

1. John evaluó la expresión utilizando la siguiente estrategia.

John
Sé que $6 \times 8 = 48$,
por lo que $48 \div 6 = 8$.



- Describe la estrategia que John utilizó para evaluar la expresión.
- Identifica el dividendo, el divisor y el cociente en la afirmación $48 \div 6 = 8$.
- ¿Qué valores en la afirmación $48 \div 6 = 8$ puedes intercambiar y sigue siendo verdadera la afirmación? Explica tu razonamiento.

2. ¿Es razonable la estrategia de John para evaluar cualquier expresión de división? Explica tu razonamiento.



Si no conoces una familia de operaciones básicas para un problema de división, puedes utilizar otras estrategias para determinar el cociente.

Considera la expresión $34,098 \div 6$. Analiza la estrategia de Lori para determinar el cociente.

Lori



Usé una estrategia de estimación organizada.

1. Calculé cuántos 6 hay en 34,098.
Usé $6 \times 5000 = 30,000$ y luego resté.

3. Todavía me quedaron 498, así que intenté $6 \times 50 = 300$. Es demasiado pequeño. Así que usé $6 \times 80 = 480$.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 80 \\ 600 \\ +5000 \\ \hline 5683 \end{array}$$

Entonces $\begin{array}{r} 5683 \\ 6 \overline{)34,098} \end{array}$


$$\begin{array}{r} 3 \\ 80 \\ 600 \\ 5000 \\ 6 \overline{)34,098} \\ \underline{-30,000} \\ 4098 \\ \underline{-3600} \\ 498 \\ \underline{-480} \\ 18 \\ \underline{-18} \\ 0 \end{array}$$

2. Me quedaron 4098. Luego intenté $6 \times 700 = 4200$, qué es demasiado grande. Así que usé $6 \times 600 = 3600$.

4. Todavía tenía 18. $6 \times 3 = 18$


1. En cada paso, ¿por qué Lori restó después de que determinó cada estimación?

Rob y Morgan estuvieron de acuerdo con la lógica de Lori, pero acortaron el proceso.

Rob 

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 80 \\
 600 \\
 5000 \\
 \hline
 6 \overline{)34,098} \\
 -30,000 \\
 \hline
 4098 \\
 -3600 \\
 \hline
 498 \\
 -480 \\
 \hline
 18 \\
 -18 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

5683

Morgan 

$$\begin{array}{r}
 5683 \\
 6 \overline{)34,098} \\
 -30 \downarrow \\
 \hline
 40 \downarrow \\
 -36 \downarrow \\
 \hline
 49 \downarrow \\
 -48 \downarrow \\
 \hline
 18 \\
 -18 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

2. Compara las estrategias de Rob y de Morgan. ¿Cuáles son las semejanzas y las diferencias?

La Escuela Intermedia Carnegie hizo una colecta de comida y ropa durante un mes como ayuda humanitaria en caso de desastres. Recolectaron estos objetos para distribución.

- 13,312 latas de comida
- 9472 frazadas
- 19,456 baterías
- 26,112 botellas de agua

Si los estudiantes quieren armar 256 cajones de envío como ayuda para desastres, ¿cuántas botellas de agua pondrán en cada cajón de envío?

3. Analiza cada solución.

Morgan

utilicé mi estrategia de antes.



$$\begin{array}{r} 102 \\ 256 \overline{) 26,112} \\ \underline{-256} \\ 512 \\ \underline{-512} \\ \hline \end{array}$$

Deben cargar
102 botellas
de agua en
cada cajón.

Dustin

Creo que hay 12 botellas de agua en cada cajón.



$$\begin{array}{r} 12 \\ 256 \overline{) 26,112} \\ \underline{-256} \\ 512 \\ \underline{-512} \\ \hline \end{array}$$

Deben cargar
12 botellas
de agua en
cada cajón.

a. ¿Qué hizo Dustin incorrectamente?

b. ¿Cómo podría Dustin haber revisado su trabajo para saber que su respuesta era incorrecta?

Toma nota...

Puedes utilizar doble línea al final de una división larga cuando la última diferencia es 0.

c. Debía haber 3 dígitos en el cociente de Dustin. ¿Cómo podía haber determinado eso antes de empezar a dividir?

4. Utiliza el método de Morgan de división larga para determinar cuántos de cada objeto deben cargar los estudiantes en cada uno de los 256 cajones de envío.

a. latas de comida

b. frazadas

c. baterías

Piensa en...

Determinar primero el número de dígitos en tu respuesta te ayuda a saber si el cociente es correcto.

ACTIVIDAD 4.2

Interpretar residuos en las soluciones



En los problemas con divisiones, el residuo puede significar cosas diferentes en situaciones diferentes. Algunas veces el residuo se puede ignorar y, algunas veces, el residuo es la respuesta al problema. Algunas veces la respuesta es el número sin el residuo, y a veces necesitas utilizar el siguiente número entero positivo ascendente de la respuesta correcta.

1. El fondo de ayuda humanitaria de la Cruz Roja recolectó 3551 abrigos de invierno para distribuir a las víctimas de la inundación. Si hay 23 centros de distribución, ¿cuántos abrigos se pueden enviar a cada centro? Se muestran los cálculos de Marla.

Marla dijo: "La Cruz Roja puede enviar $154\frac{9}{23}$ abrigos a cada centro". Madison respondió: "No puedes tener una fracción de un abrigo. Así que, cada centro recibirá 154 abrigos y quedarán 9 abrigos". ¿Quién tiene razón y por qué?

$$\begin{array}{r} 154\frac{9}{23} \\ 23 \overline{)3551} \\ \underline{-23} \\ 125 \\ \underline{-115} \\ 101 \\ \underline{-92} \\ 9 \end{array}$$



2. La Escuela secundaria Carnegie llevará a cabo un picnic para cualquier estudiante de quinto grado que asista a la escuela el próximo año como estudiante de sexto grado. El comité de bienvenida está planeando el picnic para 125 estudiantes. Cada estudiante de quinto grado recibirá un sándwich, una bebida y un postre.

- a. El comité de bienvenida ordenó sándwiches grandes que alcanzan para 8 personas cada uno. Si van a llegar 125 estudiantes de quinto grado al picnic, ¿cuántos sándwiches debería comprar el comité?
- b. El comité está planeando tener paletas de helado de fruta para el postre. Si las barras de fruta congelada vienen en cajas de 12, ¿cuántas cajas de barras de fruta congelada deberían pedir?

Piensa en...

En otras palabras, puedes redondear hacia abajo si no necesitas usar el residuo, y puedes redondear hacia arriba si necesitas que el siguiente número entero sea más grande que tu respuesta.

c. Servirán botellas de agua. El agua embotellada viene en cajas de 24. ¿Cuántas cajas de agua necesitarán? ¿Habrá alguna botella de agua adicional? Si es así, ¿cuántas?

d. Los estudiantes de quinto grado tomarán un bus desde la escuela primaria hacia la escuela intermedia la tarde del picnic. Si en cada bus caben 32 pasajeros sentados, ¿cuántos buses necesitarán para transportar a los estudiantes? ¿Cuántos asientos quedarán vacíos?

3. A lo largo del año, los negocios locales recopilaron 28,654 pares de anteojos para las víctimas de desastres. Si tienen solicitudes de 236 organizaciones de socorro, ¿cuántos pares de anteojos puede recibir cada organización? ¿Cuántos pares, si es que alguno, quedarán?

ACTIVIDAD
4.3

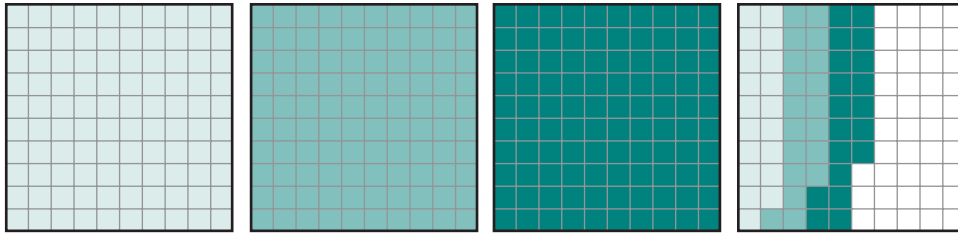
División con decimales



Puedes utilizar cuadrículas de centenas para modelar dividir decimales.
Consideremos el cociente $3.57 \div 3$.

EJEMPLO PRÁCTICO

Paso 1 Representa 3.57 usando cuadrículas de centésimas.



Paso 2 Divide el modelo sombreado en tres grupos iguales.

Hay una cuadrícula completa y 19 cuadros pequeños en cada grupo.
Entonces, $3.57 \div 3 = 1.19$.

También puedes usar un algoritmo estándar para dividir $3.57 \div 3$.

EJEMPLO PRÁCTICO

Paso 1: Dividir 3 unidades en 3 grupos iguales da como resultado 1 unidad en cada grupo y 0 unidades restantes.

Paso 2: Dividir 5 décimas en 3 grupos iguales da como resultado 1 décima en cada grupo y 2 décimas restantes.

Paso 3: 2 décimas y 7 centésimas equivalen a 27 centésimas. Dividir 27 centésimas en 3 grupos iguales da como resultado 9 centésimas en cada grupo y 0 centésimas restantes.

Cociente

Dividendo

Divisor

$$\begin{array}{r}
 1.19 \\
 3 \overline{) 3.57} \\
 \underline{- 3} \\
 05 \\
 \underline{- 3} \\
 27 \\
 \underline{- 27} \\
 0
 \end{array}$$

1. Compara los dos ejemplos prácticos.

a. Describe cómo el modelo de cuadrícula de centésimas representa diferentes partes del algoritmo estándar.

b. ¿Por qué muestra el algoritmo estándar restar 3 de las 3 unidades en el dividendo?

c. ¿Qué representa el 05 en el algoritmo estándar?

d. ¿Qué representa 27 – 27 en el algoritmo estándar? Utiliza el modelo de cuadrícula de centésimas para ayudarte a explicar.

Toma nota...

El cociente
permanece igual
porque estás
dividiendo entre una
forma de 1.

Si multiplicas tanto el dividendo como el divisor por el mismo número, el cociente permanece igual.

$$12 \div 3 = 4$$

$$(12 \times 10) \div (3 \times 10) = 4$$

$$(12 \times 100) \div (3 \times 100) = 4$$

Puedes utilizar esta información para cambiar cualquier divisor en un número entero para hacer que la división de un decimal sea más fácil de resolver.

Considera $7.56 \div 3.6$.

EJEMPLO PRÁCTICO

Multiplica ambos números por la menor potencia de 10 que convierta al divisor en un número entero.

Después, divide con números enteros.

$$(7.56 \times 10) \div (3.6 \times 10) = 75.6 \div 36$$

$$\begin{array}{r} 2.1 \\ 36 \overline{)75.6} \\ \underline{-72} \\ 36 \\ \underline{-36} \\ 0 \end{array}$$

2. Reescribe cada división de manera que el divisor sea un número entero. Explica cómo determinaste tu respuesta.

a. $48 \div 8.6$

b. $59.5 \div 0.17$

c. $6.2 \div 0.02$

Viste cómo dividir decimales entre números enteros. Pensemos sobre cómo dividir los decimales entre decimales.

3. Analiza estos problemas de división.

$$7 \overline{)56}$$

$$70 \overline{)560}$$

$$700 \overline{)5600}$$

$$7000 \overline{)56,000}$$

a. **¿Cómo se relacionan los divisores y los dividendos de los últimos tres problemas con el primer problema?**

b. Calcula los cuatro cocientes. ¿Qué puedes observar sobre estos?

c. ¿Qué ocurre con el cociente cuando multiplicas el dividendo y el divisor por el mismo número?

4. ¿Cuál de las expresiones de división que se muestran tiene el mismo cociente que $475 \div 25$? ¿Cómo lo sabes?

Recuerda...

La definición de división es $a \div b = \frac{a}{b}$. Por lo tanto, puedes usar lo que ya sabes sobre las fracciones equivalentes para determinar qué expresiones tienen el mismo cociente que $475 \div 25$.

a. $4.75 \div 0.25$

b. $47.5 \div 0.025$

c. $0.475 \div 0.25$

d. $0.0475 \div 0.0025$

5. Calcula cada cociente.

a. $74.4 \div 0.12$

b. $66.22 \div 2.2$

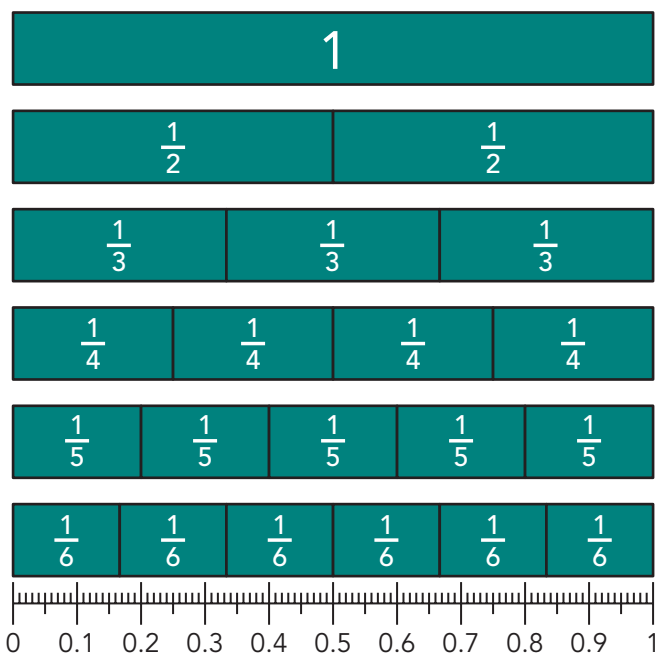
ACTIVIDAD
4.4

Equivalentes de fracciones y decimales



Puedes usar diagramas de tiras para determinar decimales equivalentes.

1. Utiliza un borde recto y la tabla para determinar el decimal que sea igual o aproximadamente igual a las fracciones dadas. Escribe el decimal a la centésima más cercana.



a. $\frac{1}{3} =$ _____

b. $\frac{3}{5} =$ _____

c. $\frac{1}{4} =$ _____

d. $\frac{1}{5} =$ _____

e. $\frac{4}{6} =$ _____

f. $\frac{1}{6} =$ _____

También puedes cambiar una fracción a un decimal utilizando el significado de la barra de fracciones.

EJEMPLO PRÁCTICO

$\frac{3}{8}$ significa 3 dividido entre 8.

$$\begin{array}{r} 0.375 \\ 8 \overline{) 3.000} \\ \underline{- 24} \downarrow \\ 60 \downarrow \\ \underline{- 56} \downarrow \\ 40 \downarrow \\ \underline{- 40} 0 \end{array} \text{ entonces } \frac{3}{8} = 0.375$$

EJEMPLO PRÁCTICO

$\frac{2}{3}$ significa 2 dividido entre 3.

$$\begin{array}{r} 0.666 \\ 3 \overline{) 2.000} \\ \underline{- 18} \downarrow \\ 20 \downarrow \\ \underline{- 18} \downarrow \\ 20 \downarrow \\ \underline{- 18} 2 \end{array} \text{ entonces } \frac{2}{3} = 0.\overline{6}$$

Al decimal 0.375 se le llama **decimal finito** porque hay un residuo de 0. Así que el denominador se divide exactamente en el numerador.

Este decimal, $0.\overline{66}$, se llama *decimal periódico*. Un **decimal periódico** es un decimal en el cual un dígito, o un grupo de dígitos, se repite sin final. Así que el denominador no se divide exactamente en el numerador.

Toma nota...

La barra sobre el 6 significa que el 6 se repite sin final.

2. Convierte cada fracción a un decimal escrito a la centésima más próxima. Identifica si el decimal es finito o periódico.

a. $\frac{1}{8}$

b. $\frac{5}{8}$

c. $\frac{2}{3}$

d. $\frac{13}{25}$

e. $\frac{1}{6}$

f. $\frac{7}{20}$

3. Utiliza una calculadora para escribir los primeros 10 dígitos del decimal para cada fracción. No redondees la respuesta.

a. $\frac{1}{7}$

b. $\frac{2}{7}$

c. $\frac{3}{7}$

d. $\frac{4}{7}$

4. Considera los decimales que escribiste en la pregunta 3.

a. ¿Qué patrón observas en los valores de decimales?

b. Utiliza el patrón para escribir los primeros diez dígitos del equivalente decimal de $\frac{5}{7}$. Explica tu razonamiento.

5. Escribe los primeros 4 dígitos del decimal para cada fracción. No redondees la respuesta.

a. $\frac{1}{9}$

b. $\frac{2}{9}$

c. $\frac{3}{9}$

d. $\frac{4}{9}$

e. $\frac{5}{9}$

f. $\frac{6}{9}$

6. Considera los decimales que escribiste en la pregunta 5.

a. ¿Qué patrón observas en los valores decimales?

b. Utiliza el patrón para escribir los primeros 4 dígitos de los equivalentes decimales de $\frac{7}{9}$ y $\frac{8}{9}$.

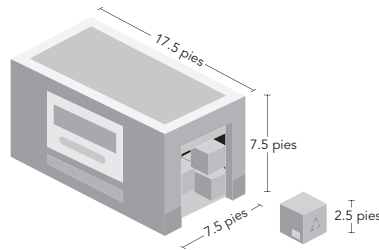
ACTIVIDAD
4.5

Resolver problemas utilizando la división de decimales



Resuelve cada problema sin utilizar la calculadora.

1. Un contenedor de almacenaje portátil tiene la forma de un prisma rectangular. Nia lo está llenando con cajas en forma de cubo y cada una tiene una longitud lateral de 2.5 pies.



¿Cuál es el número mayor de cajas que puede acomodar Nia en el contenedor de almacenaje?

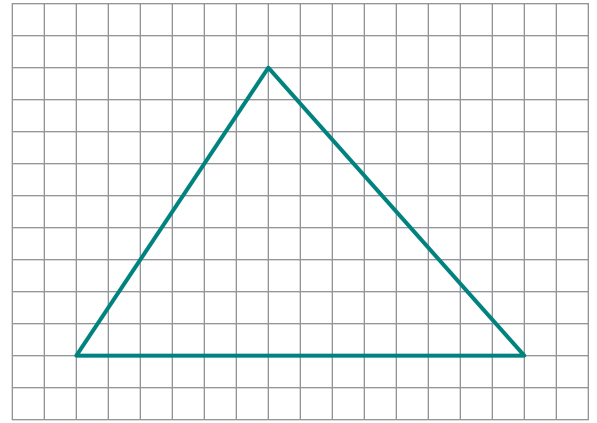
2. Calcula la longitud lateral de un cuadrado con el perímetro dado.

a. 36.45 pulgadas

b. 768 pies

c. 59.94 centímetros

3. El triángulo que se muestra en la cuadrícula representa el circuito de una regata. Cada cuadrado en la cuadrícula representa 0.1 milla por 0.1 milla.



Los organizadores de la regata quieren que cualquier embarcación anclada dentro del perímetro del circuito tenga por lo menos 0.002 millas cuadradas de espacio para evitar la saturación. ¿Cuál es el número máximo de embarcaciones que pueden anclar dentro del perímetro del circuito de la regata?

4. Marjorie utiliza un molde de pan para hacer pan de maíz. El molde mide 8.5 pulgadas de largo, 4.5 pulgadas de ancho y 2.5 pulgadas de profundidad.
- El molde tiene un volumen de aproximadamente 6.6 tazas. ¿Cuál es el volumen aproximado de cada taza en pulgadas cúbicas? Estima y después calcula tu respuesta. Muestra tu trabajo.
 - El pan de maíz que Marjorie hace llena solo la mitad de la profundidad del molde. ¿Cuánto pan de maíz hace Marjorie? Da tu respuesta en tazas y pulgadas cúbicas.



Miguel acaba de sacar su abrigo del armario por primera vez desde el invierno pasado. Cuando pone sus manos en los bolsillos, descubre algo de dinero extra.

1. En el bolsillo de la mano derecha, Miguel encuentra 9 monedas de un centavo, 8 monedas de cinco centavos y 2 monedas de diez centavos. Escribe la respuesta a cada pregunta en forma de fracción y decimal. Muestra todo tu trabajo.

a. ¿Qué fracción de dólar tiene Miguel en monedas de un centavo?

b. ¿Qué fracción de dólar tiene Miguel en monedas de cinco centavos?

c. ¿Qué fracción de dólar tiene Miguel en monedas de diez centavos?

d. ¿Cuál es la cantidad total de dinero que Miguel encontró en su bolsillo derecho?

2. En el bolsillo izquierdo de su abrigo, Miguel encuentra monedas de cinco centavos, de diez centavos y de veinticinco centavos. Calcula la fracción de un dólar que tiene en términos de cada moneda.

Escribe la respuesta a cada pregunta en forma decimal.
Muestra todo tu trabajo.

- a. Miguel tiene $\frac{3}{20}$ de un dólar en monedas de cinco centavos.
¿Cuánto dinero tiene en monedas de cinco centavos?

- b. Miguel tiene $\frac{2}{5}$ de un dólar en monedas de diez centavos.
¿Cuánto dinero tiene en monedas de diez centavos?

- c. Miguel tiene $\frac{1}{4}$ de un dólar en monedas de veinticinco centavos. ¿Cuánto dinero tiene en monedas de veinticinco centavos?

- d. ¿Cuál es la cantidad total de dinero que Miguel encontró en su bolsillo izquierdo?

DEMUESTRA lo que SABES

¡Estimar está genial!

Recuerda que la estimación es una estrategia útil cuando se hacen operaciones con decimales para que tus soluciones tengan sentido.

1. Estima los cocientes para cada expresión que se muestra. Asegúrate de mostrar tu trabajo.

a. $7.5 \div 0.8$

b. $98.3 \div 23$

c. $99.2 \div 1.6$

d. $10.35 \div 0.45$

e. $24.6 \div 0.6$

f. $7.4 \div 25$

2. Divide cada problema de la pregunta 1 utilizando tu calculadora. Redondea tus respuestas a la milésima más cercana. Compara tus estimaciones con los cálculos reales.

3. Coloca la coma decimal en cada cociente para convertir la oración de división en verdadera. Utiliza la estimación con potencias de 10.

a. $23.4 \div 0.9 = 260$

b. $5.51 \div 0.16 = 344375$

c. $10.25 \div 8.2 = 125$

4. Jared comenzó su tarea e hizo los primeros dos problemas.

$1.3 \div 0.25 = 0.52$

$39.6 \div 0.11 = 36$

Adam dijo inmediatamente que sus respuestas eran incorrectas.

¿Cómo sabe Adam que había un error solo con analizar los dos problemas y no hacer ningún cálculo?